



สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน)
National Institute of Educational Testing Service (Public Organization)

รหัสวิชา 71 ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

สอบวันเสาร์ที่ 10 ตุลาคม 2552

เวลา 13.00 - 16.00 น

กรุณาอ่านคำอธิบายให้เข้าใจ ก่อนลงมือทำข้อสอบ

คำอธิบาย

- ข้อสอบทั้งหมดมี 2 ตอน (22 หน้า) 300 คะแนน
ตอนที่ 1 เป็นแบบเลือกคำตอบ 25 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน
ตอนที่ 2 เป็นแบบระบายคำตอบ 25 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน
- ให้ตรวจสอบ** ชื่อ-นามสกุล เลขที่นั่งสอบ รหัสวิชาสอบในกระดาษคำตอบว่าตรงกับตัวผู้สอบหรือไม่ กรณีที่ไม่ตรง ให้แจ้งผู้คุมสอบเพื่อขอกระดาษคำตอบสำรอง กรอกขอความหรือระบายให้สมบูรณ์
- ในการตอบ ให้ใช้ดินสอดำเบอร์ 2B ระบายวงกลมที่ต้องการให้เต็มวง (ห้ามระบายนอกวง) ถ้าต้องการเปลี่ยนตัวเลือกใหม่ ต้องลบให้สะอาดจนหมดรอยดำ แล้วจึงระบายวงกลมตัวเลือกใหม่
- เมื่อสอบเสร็จ ให้วางกระดาษคำตอบไว้ด้าน **บนข้อสอบ**
- ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ
- ไม่อนุญาตให้ผู้เข้าสอบออกจากห้องสอบ ก่อนหมดเวลาสอบ
- ไม่อนุญาตให้ผู้คุมสอบเปิดอ่านข้อสอบ

เอกสารนี้ สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน)

ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง หรือ เฉลย ก่อนได้รับอนุญาต

สถาบันฯ จะย่อยทำลายข้อสอบและกระดาษคำตอบทั้งหมด หลังจากประกาศผลสอบแล้ว 3 เดือน



ตอนที่ 1 แบบเลือกคำตอบ

1. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซต $\{-2, -1, 1, 2\}$

ประโยคในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1. $\exists x \exists y [x \leq 0 \wedge |x| = y + 1]$
2. $\exists x \forall y [x \leq y \wedge -(x + y) \geq 0]$
3. $\forall x \exists y [x + y = 0 \vee x - y = 0]$
4. $\forall x \forall y [|x| < |y| \vee |x| > |y|]$

2. กำหนดให้ p, q, r เป็นประพจน์

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $q \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริงแล้ว p และ $p \vee [(q \wedge r) \Rightarrow p]$

มีค่าความจริงเหมือนกัน

ข. ถ้า p มีค่าความจริงเป็นเท็จแล้ว r และ $(p \Rightarrow q) \wedge r$

มีค่าความจริงเหมือนกัน

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด



3. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, \{0, 1, 2\}\}$ และ $P(A)$ แทนเซตกำลังของ A

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $A \cap P(A) = \{0, 1, 2\}$

ข. $n(A - P(A)) < n(P(A) - A)$

ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด



4. กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + x^2 - 27x - 27 = 0$

และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = 0$

$A \cap B$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. $[-3\sqrt{5}, -0.9]$

2. $[-1.1, 0]$

3. $[0, 3\sqrt{5}]$

4. $[1, 5\sqrt{3}]$

5. กำหนดให้ $S = \left\{ x \mid \frac{x}{x^2 - 3x + 2} \geq \frac{x + 2}{x^2 - 1} \right\}$

ช่วงในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสับเซตของ S

1. $(-\infty, -3)$

2. $(-1, 0.5)$

3. $(-0.5, 2)$

4. $(1, \infty)$



6. กำหนดให้ $S = [-2, 2]$ และ $r = \{(x, y) \in S \times S \mid x^2 + 2y^2 = 2\}$

ช่วงในข้อใดต่อไปนี้ ไม่ เป็นสับเซตของ $D_r - R_r$

1. $(-1.4, -1.3)$

2. $(-1.3, -1.2)$

3. $(1.2, 1.4)$

4. $(1.4, 1.5)$

7. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน AB ยาว $\sqrt{2}$ หน่วย

ถ้า $BC^3 + AC^3 = 2BC + 2AC$ แล้ว $\cot C$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{1}{2}$

3. 1

4. $\sqrt{3}$

8. ถ้า $x > 0$ และ $8^x + 8 = 4^x + 2^{x+3}$ แล้ว ค่าของ x อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[0, 1)$

2. $[1, 2)$

3. $[2, 3)$

4. $[3, 4)$



9. กำหนดให้ $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$ และ

$$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 - 10x - 10y + 49 = 0\}$$

ถ้า $p \in A$ และ $q \in B$ แล้ว ระยะทางมากที่สุดที่เป็นไปได้ระหว่างจุด p และ q

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $5\sqrt{2}$ หน่วย

2. $2+5\sqrt{2}$ หน่วย

3. $2\sqrt{5}$ หน่วย

4. $5+2\sqrt{5}$ หน่วย

10. กำหนดให้ E เป็นวงรีที่มีโฟกัสอยู่ที่จุดยอดของไฮเพอร์โบลา $x^2 - y^2 = 1$

ถ้า E ผ่านจุด $(0, 1)$ แล้ว จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บน E

1. $(1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

2. $(1, \sqrt{2})$

3. $(1, -\frac{1}{2})$

4. $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$



11. กำหนดให้ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ สอดคล้องสมการ $AX = C$ เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ถ้า $(2A+B)X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ แล้ว $a+b+c$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3

2. 6

3. 9

4. 12

12. ถ้า $\det \left(2 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \right) = \frac{1}{x-1}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4



13. กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ที่ไม่เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์ซึ่ง \vec{u} ตั้งฉากกับ \vec{v}
และ $\vec{u} + \vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{u} - \vec{v}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$

ข. $\vec{u} + 2\vec{v}$ ตั้งฉากกับ $2\vec{u} - \vec{v}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด



14. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าลำดับ a_n ฐู่เข้า แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ฐู่เข้า

ข. ถ้า อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ฐู่เข้า แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{a_n}{2^n})$ ฐู่เข้า

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

15. กำหนดให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับ $z^3 - 2z^2 + 2z = 0$ และ $z \neq 0$

ถ้า อาร์กิวเมนต์ของ z อยู่ในช่วง $(0, \frac{\pi}{2})$ แล้ว $\frac{z^4}{(z)^2}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-2i$
2. $1-i$
3. $1+i$
4. $2i$



16. ถุงใบหนึ่งบรรจุลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีเขียว 4 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก

ถ้าหยิบลูกแก้วจากถุงทีละลูก 3 ครั้งโดยไม่ใส่คืน แล้วความน่าจะเป็น

ที่จะหยิบได้ลูกแก้ว ลูกที่หนึ่ง สอง และสาม เป็นสีแดง สีเขียว และสีเหลือง

ตามลำดับเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{21}$

2. $\frac{1}{22}$

3. $\frac{3}{22}$

4. $\frac{3}{25}$

17. ก๋อล่องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟ 12 หลอด เป็นหลอดชำรุด 3 หลอด

ถ้าหยิบหลอดไฟ จากก๋อล่องมา 4 หลอด แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้

หลอดชำรุดไม่เกิน 1 หลอด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$

2. $\frac{1}{4}$

3. $\frac{14}{99}$

4. $\frac{14}{55}$



18. ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มรวมเป็น 7 โดยที่มี

ลูกเต๋าลูกหนึ่งขึ้นแต้มไม่น้อยกว่า 4 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$

2. $\frac{1}{4}$

3. $\frac{1}{6}$

4. $\frac{1}{12}$

19. กำหนดให้ความสูงของคนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้ามีคนสูงกว่า 145

เซนติเมตรและ 165 เซนติเมตรอยู่ 84.13% และ 15.87% ตามลำดับ แล้ว

สัมประสิทธิ์ของความแปรผันของความสูงของคนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

z	1.00	1.12	1.14	1.16
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานจาก 0 ถึง z	0.3413	0.3686	0.3729	0.3770

1. $\frac{1}{31}$

2. $\frac{2}{31}$

3. $\frac{3}{31}$

4. $\frac{4}{31}$



20. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ หยิบข้อมูล x_1, x_2, x_3 มาคำนวณค่ามาตรฐานปรากฏว่าได้ค่าเป็น z_1, z_2, z_3 ตามลำดับ ถ้า $z_1 + z_2 = z_3$ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $x_1 + x_2 - x_3$

2. $x_1 - x_2 - x_3$

3. $x_3 - x_2 - x_1$

4. $x_1 + x_2 + x_3$

21. กำหนดให้ A เป็นเซตซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

ก. $1 \in A$

ข. ถ้า $x \in A$ แล้ว $\frac{1}{x} \in A$

ค. $x \notin A$ ก็ต่อเมื่อ $2x \in A$

จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของ A

1. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{8}$

3. $\frac{1}{16}$

4. $\frac{1}{32}$



22. ถ้า θ เป็นมุมซึ่ง $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ แล้ว จากเวลาเที่ยงวันถึงบ่ายโมง เข็มยาวและเข็มสั้นของนาฬิกาจะทำมุมกันเท่ากับ θ เป็นครั้งแรกเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาที

1. $\frac{2\theta}{13}$ นาที

2. $\frac{2\theta}{11}$ นาที

3. $\frac{2\theta}{9}$ นาที

4. $\frac{2\theta}{7}$ นาที

23. กำหนดให้ $I_n = (0, 1) \cap (\frac{1}{2}, 2) \cap (\frac{2}{3}, 3) \cap \dots \cap (\frac{n-1}{n}, n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ

ค่าของ n ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $I_n \subseteq (\frac{2551}{2554}, \frac{2553}{2552}]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2554

2. 2552

3. 1277

4. 1276



โจทย์สำหรับข้อ 24 – 25

นาย ก, ข, ค, ง, จ และ ฉ นั่งเก้าอี้ 6 ตัวที่มีหมายเลข 1 ถึง 6 เรียงแถว

หน้ากระดานจากซ้ายไปขวา โดยมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้

- นาย ค นั่งเก้าอี้หมายเลข 1 หรือ 6
- นาย จ ไม่นั่งติดนาย ค
- นาย จ ไม่นั่งติดนาย ข
- นาย ฉ นั่งติดด้านซ้ายของนาย จ

24. ถ้า นาย ค นั่งเก้าอี้หมายเลข 1 และนาย ข นั่งเก้าอี้หมายเลข 5

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. นาย ก นั่งเก้าอี้หมายเลข 4
2. นาย ก นั่งเก้าอี้หมายเลข 6
3. นาย ฉ นั่งเก้าอี้หมายเลข 2
4. นาย ง นั่งเก้าอี้หมายเลข 6



25. ถ้า กำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมให้มีคนนั่งคั่นกลางระหว่างนาย ข และ ค อยู่ 3 คน

แล้ว จำนวนวิธีของการนั่งทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 วิธี

2. 2 วิธี

3. 3 วิธี

4. 4 วิธี



ตอนที่ 2 แบบบรรยายคำตอบ

1. กำหนดเซตและจำนวนสมาชิกของเซตตามตารางต่อไปนี้

เซต	A	B	C	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	$(A \cap B) \cup C$
จำนวนสมาชิก	15	17	22	23	29	32	28

จำนวนสมาชิกในเซต $A \cup B \cup C$ เท่ากับเท่าใด

2. ถ้า a เป็น ห.ร.ม. ของ 403 และ 465 และ b เป็น ห.ร.ม. ของ 431

และ 465 แล้ว $a-b$ มีค่าเท่าใด

3. ถ้า $f(x) = \frac{1}{x}$ และ $g(x) = 2f(x)$ แล้ว $g \circ f(3) + f \circ g^{-1}(3)$

มีค่าเท่าใด

4. ถ้า $f(x) = \sqrt[3]{x}$ และ $g(x) = \frac{x}{1+x}$ แล้ว $(f^{-1} + g^{-1})(2)$

มีค่าเท่าใด



5. ถ้า $1 - \cot 20^\circ = \frac{x}{1 - \cot 25^\circ}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

6. ถ้า $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{3}{2}$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ แล้ว $\arccos(\tan 3\theta)$

มีค่าเท่าใด

7. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ถ้าวงกลม $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

มีจุดศูนย์กลางที่ $(2, 1)$ และมีเส้นตรง $x - y + 2 = 0$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

แล้ว $|a + b + c|$ เท่ากับเท่าใด

8. พาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(-1, 0)$ และมีจุดกำเนิดเป็นโฟกัส ถ้าเส้นตรง $y = x$

ตัดพาราโบลาที่จุด P และจุด Q แล้ว ระยะทางระหว่างจุด P กับจุด Q

เท่ากับเท่าใด

9. กำหนด $\log_y x + 4 \log_x y = 4$ แล้ว $\log_y x^3$ มีค่าเท่าใด



10. รากที่มีค่าน้อยที่สุดของสมการ $2^{\log(x-2)} \cdot 2^{\log(x-3)} = 2^{\log 2}$ มีค่าเท่าใด

11. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 8 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ สมาชิกในแถวที่ 3 หลักที่ 1 ของ A^{-1}

เท่ากับเท่าใด

12. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี D เป็นจุดบนด้าน AC และ F

เป็นจุดบนด้าน BC ถ้า $\overline{AD} = \frac{1}{4}\overline{AC}$, $\overline{BF} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ และ

$\overline{DF} = a\overline{AB} + b\overline{BC}$ แล้ว $\frac{a}{b}$ มีค่าเท่าใด

13. กำหนดให้ w, z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $\overline{w} = z - 2i$ และ $|w|^2 = z + 6$

ถ้าอาร์กิวเมนต์ของ w อยู่ในช่วง $[0, \frac{\pi}{2}]$ และ $w = a + bi$ เมื่อ a, b เป็น

จำนวนจริง แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด



14. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $a < b$

ถ้า ค่ามากที่สุดและค่าน้อยสุดของ $P = 2x + y$

เมื่อ x, y เป็นไปตามเงื่อนไข $a \leq x + 2y \leq b$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$

มีค่าเท่ากับ 100 และ 10 ตามลำดับ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

15. ถ้า a_n เป็นลำดับเลขคณิตซึ่ง $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_{n+1}^2 - a_n^2}{n} \right) = 4$ แล้ว $\sqrt{\frac{a_{17} - a_9}{2}}$

มีค่าเท่าใด

16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n + 12n + 27n + \dots + 3n^3}{1 + 8 + 27 + \dots + n^3} \right)$ มีค่าเท่าใด

17. ถ้า $f'(x) = x^2 - 1$ และ $\int_0^1 f(x) dx = 0$ แล้ว $|f(1)|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

18. กำหนดให้ $f(x) = ax^2 + b\sqrt{x}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ $b \neq 0$

ถ้า $2f'(1) = f(1)$ แล้ว $\frac{f(4)}{f'(9)}$ มีค่าเท่าใด



19. กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งมีค่าสูงสุดที่ $x = 1$ ถ้า $f''(x) = -4$ ทุก x และ $f(-1) + f(3) = 0$ แล้ว f มีค่าสูงสุดเท่าใด
20. มีสิ่งของซึ่งแตกต่างกันอยู่ 8 ชิ้น ต้องแบ่งให้คน 2 คน คนหนึ่งได้ 6 ชิ้น และอีกคนหนึ่งได้ 2 ชิ้น จะมีจำนวนวิธีแบ่งกี่วิธี
21. ในการแข่งขันฟุตบอลฤดูกาลหนึ่ง มีทีมเข้าร่วมการแข่งขัน 7 ทีม จัดแข่งแบบพบกันหมด (แต่ละทีมต้องลงแข่งกับทีมอื่นทุกทีม) จะต้องจัดการแข่งขันกี่นัด
22. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมากเป็นดังนี้ $1, 4, x, y, 9, 10$
ถ้ามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ $\frac{8}{3}$ แล้ว $y - x$ มีค่าเท่าใด



23. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวนและมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12

ถ้าควอไทล์ที่ 1 และ 3 ของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับ 5 และ 20 ตามลำดับ แล้ว
เดิไซล์ที่ 5 ของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่าใด

24. กำหนดตารางแจกแจงความถี่แสดงอายุของคนในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

อายุ (ปี)	0 - 9	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59
จำนวน (คน)	5	10	A	20	10	10

ถ้าอายุเฉลี่ยของคนในหมู่บ้านนี้เท่ากับ 33.33 ปี แล้ว จำนวนคนในหมู่บ้านนี้
เท่ากับเท่าใด



25. กำหนดให้ข้อมูล X และ Y มีความสัมพันธ์กันดังตารางต่อไปนี้

X	1	2	3	3
Y	1	3	4	6

ถ้าสมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันดังกล่าวอยู่ในรูป $Y = a + bX$

แล้วเมื่อ $X = 10$ ค่าของ Y เท่ากับเท่าใด

